環境応用化学演習　小テスト　2024.11.21

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿：

区別できる N 個の粒子すべてを，エネルギー準位 ε_1 へ n_1 個，ε_2 へ n_2 個・・・ε_r へ n_r 個というふうに分配する仕方の数 W を求めてみよう。

まず，各準位は縮重していない場合を考えてみよう。N 個のうち，最初の準位 ε_1 へ入る n_1 個の粒子の選び方は，${}_N C_{n_1} = \dfrac{N!}{n_1!(N-n_1)!}$ となる。続いて，残った N - n_1 個の粒子から ε_2 へ n_2 個配置する方法は，${}_{N-n_1} C_{n_2} = \dfrac{(N-n_1)!}{n_2!(N-n_1-n_2)!}$ であり，同様に ε_3 へ n_3 個配置する方法は ${}_{N-n_1-n_2} C_{n_3} = \dfrac{(N-n_1-n_2)!}{n_3!(N-n_1-n_2-n_3)!}$ となる。このようにして ε_1 から ε_r までの各準位 ε_i への配置数をそれぞれ考えることができる。全ての準位を考慮した配置の仕方の数，すなわち W は，これら各準位への配置の仕方の数の積となる。この W を計算すると，$W = \dfrac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots n_r!}$ となる。

つぎに，準位 ε_i の縮重度が g_i である場合を考える。これは各々の準位 ε_i において，それぞれの粒子が g_i 通りの配置を取りうることを示す。従って，準位 ε_i にあるひとつの粒子が取りうる状態は g_i 通りである。準位 ε_i にある n_i 個それぞれの粒子がめいめい g_i 通りの配置を取りうるので，g_i 重の縮重により配置の仕方は ${g_i}^{n_i}$ 倍になる。このようなことが，全ての準位において独立に考えられることになるので，縮重がない場合に比べて全配置の仕方の数は ${g_i}^{n_i}$ をすべて掛けあわせた ${g_1}^{n_1}{g_2}^{n_2}{g_3}^{n_3}\cdots{g_r}^{n_r}$ 倍に増えることになり，結局 W は $W = {g_1}^{n_1}{g_2}^{n_2}{g_3}^{n_3}\cdots{g_r}^{n_r}\dfrac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots n_r!}$ となる。