

学籍番号_____ 氏名_____ :

区別できる N 個の粒子すべてを、エネルギー準位 $\varepsilon_1 \rightarrow n_1$ 個、 $\varepsilon_2 \rightarrow n_2$ 個 $\cdots \varepsilon_r \rightarrow n_r$ 個というふうに分配する仕方の数 W を求めてみよう。

まず、各準位は縮重していない場合を考えてみよう。 N 個のうち、最初の準位 $\varepsilon_1 \rightarrow n_1$ 個の

粒子の選び方は、 ${}_N C_{n_1} = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}$ となる。続いて、残った $N - n_1$ 個の粒子から $\varepsilon_2 \rightarrow n_2$ 個配

置する方法は、 ${}_{N-n_1} C_{n_2} = \frac{(N-n_1)!}{n_2!(N-n_1-n_2)!}$ であり、同様に $\varepsilon_3 \rightarrow n_3$ 個配置する方法は

${}_{N-n_1-n_2} C_{n_3} = \frac{(N-n_1-n_2)!}{n_3!(N-n_1-n_2-n_3)!}$ となる。このようにして ε_1 から ε_r までの各準位 ε_i への配置数

をそれぞれ考えることができる。全ての準位を考慮した配置の仕方の数、すなわち W は、これ

ら各準位への配置の仕方の数の積となる。この W を計算すると、 $W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots n_r!}$ となる。

つぎに、準位 ε_i の縮重度が g_i である場合を考える。これは各々の準位 ε_i において、それぞれの粒子が g_i 通りの配置を取りうることを示す。従って、準位 ε_i にあるひとつの粒子が取りうる状態は g_i 通りである。準位 ε_i にある n_i 個それぞれの粒子がめいめい g_i 通りの配置を取りうるので、 g_i 重の縮重により配置の仕方は $g_i^{n_i}$ 倍になる。このようなことが、全ての準位において独立に考えられることになるので、縮重がない場合に比べて全配置の仕方の数は $g_i^{n_i}$ をすべて掛けあわせた

$g_1^{n_1} g_2^{n_2} g_3^{n_3} \cdots g_r^{n_r}$ 倍に増えることになり、結局 W は $W = g_1^{n_1} g_2^{n_2} g_3^{n_3} \cdots g_r^{n_r} \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots n_r!}$ と

なる。